Предикатно смятане от първи ред

Лекция 4

Въведение

Нека се опитаме да представим в съждителното смятане следните дедуктивни конструкции:

A: Всеки човек е смъртен

B: Конфуций е човек

C: Конфуций е смъртен

A: Всеки метал е електропроводим

B: Желязото е метал

C: Желязото е електропроводимо

За да опишем предпоставките **A** не ни достигат изразни средства. Това бихме могли да направим, ако разширим възможностите на използувания логически модел. Така ще достигнем до предикатното смятане от първи ред, което представлява обобщение на съждителното смятане. И при него изходните елементи се наричат атоми. От атомите се строят формули. Формулите се използват за да се изразят сложни мисли.

Основни понятия.

Терм. Рекурсивно определение:

1. Константите са терми.

2. Променливите са терми.

3. Ако f е логическа функция на n аргумента x_1, x_2,, … x_n и променливите x_1, x_2,, … x_n са терми, то f е терм.

4. Няма други терми, освен построените по правила 1÷3.

Предикат. Функционална зависимост между една, две или повече променливи, която може да приема само две стойности на своята истинност (true-истина или false-лъжа.), се нарича предикат. Ако променливата в предиката е една, той се нарича едноместен предикат.

Едноместен предикат P(x);

x е променлива, която приема стойности от определено множество.

Дефинира се множество от стойности на променливата *x*.

Например: цветове (бял, зелен, червен, син, ...).

Множеството от стойности на *x* се разделя на две части: за едната част ***P(x)*** е истина, а за останалата част ***P(x)*** е неистина.

Например:

P(x) = 1 (true), ако цветът е основен;

P(x) = 0(false), ако цветът не е основен;

Двуместен предикат P(x,y)

Пример: ***P(x,y) = 1 ако x е наследник на y***

P(x,y) = 0 в противен случай

В зависимост от стойностите, които могат да приемат двете променливи, могат да се получат различни представяния с този предикат. Променливите x и y трябва да приемат стойности от ограничено множество.

Ако те приемат стойности от разгледаното родословно дърво ще получим една интерпретация на предиката P(x,y), а ако x и y могат да приемат целочислени стойности в интервала [0-20] и интерпретацията на наследник е в смисъл на непосредствено следващо число, интерпретацията на предиката P(x,y) е вече друга.

Пример:

x и 1 са терми,

плюс (x, 1) не е предикат в разглеждания от нас смисъл.

Това е формула за получаване на нови стойности и затова е възможно да запишем например и ***плюс (плюс (x, 1), x).***

Триместен предикат   P(x, y, z)

Пример:

Нека:

x - е от множество предмети,

y - множество свойства на тези предмети,

z - стойности на свойствата на тези предмети.

Тогава

$P(x, y, z)$ $= 1$ ако предметът(x) има свойство (y) и то е в границите $1< z <2$

Ако P е n-местен предикатен символ и $x_1, x_2, \dots x_n$ са терми, то $P(x_1, x_2, \dots x_n)$ е атом.

Предикатът е атомарна формула – атом.

Квантор:

В предикатното смятане от първи ред се използват следните квантори:

квантор за съществуване ($\exists$)

квантор за всеобщност ($\forall$).

Те се означават и четат по следния начин:

($\exists$x) P (x) - *съществува стойност на x, за която предикатът P(x) е истина,*

($\forall$x) P (x) - *За всяка стойност на x предикатът P(x) е истина.*

Примери за означения с квантори:

а) Всяко рационално число е веществено число;
б) съществува число, което е просто;
в) за всяко число x съществува такова число y, че $x<y$.

Да въведем следните означения:

$P(x)$	- x е просто число;
$Q(x)$	- x е рационално число;
$R(x)$	- x е веществено число;
$S(x,y)$	- x е по-малко от y.

Тогава а, б и в ще изглеждат по следния начин:

а) $(\forall x)\,(Q(x) \rightarrow R(x))$
б) $(\exists x)\;P(x)$
в) $(\forall x)\,(\exists y)\,S(x,y)$

Област на действие на квантора е онази част от формулата, върху която този квантор действа.

За формулата **$(\forall x)$ $(\exists y)$ $S(x,y)$** областите на действие са следните:

За $\exists$ $\rightarrow$ $S(x,y)$

За $\forall$ $\rightarrow$ $(\exists y)$ $S(x,y)$.

Когато има опасност от двусмислие, се използват скоби за означаване на областта на действие.

Променливата е свързана, ако тя попада под действието на кванторен комплекс.

Променливата е свободна, ако е извън действието на кванторен комплекс.

Правилно построени формули(ППФ) в предикатното смятане от I-ви ред са тези, които са построени с използването на следните правила:

- Атомите са ППФ;
- Ако F и G са ППФ, то ¬F, F∨G, F∧G, F→G, F≡G са ППФ
- Ако F е ППФ и x е свободна в F, то (∀x) F(x) и (∃x) F(x) са ППФ.
- Няма други ППФ, освен построените в съответствие с правила 1÷3.

F(x) – означава, че F е функция на x. С това означение не се посочва дали променливата е свързана или тя е свободна.

Ако във F променливата x не попада под действието на кванторите ∀ и ∃, т.е. тя е свободна във формулата F, функционалната зависимост ще отбелязваме по следния начин **F[x].**

Записът F означава, че променливата **x не се съдържа във формулата F.**

Закони в предикатното смятане от I-ви ред.

Ако към законите от съждителното смятане прибавим няколкото закона за кванторите, ще получим законите за предикатното смятане от I-ви ред

С θ ще означаваме който и да е от кванторите $\forall$, $\exists$.

Закони за разширяване областта на действие

$(\theta x)\ F[x] \vee G = (\theta x)(F[x] \vee G)$

$(\theta x)\ F[x] \wedge G = (\theta x)(F[x] \wedge G)$

Закони за инвертиране

$\neg\ ((\forall x)\ F[x]) = (\exists x)(\neg\ F[x])$

$\neg\ ((\exists x)\ F[x]) = (\forall x)(\neg\ F[x])$

Закони за изнасяне пред скоби

$(\forall x)F[x] \wedge (\forall x)\ G[x] = (\forall x)(F[x] \wedge G[x])$

$(\exists x)F[x] \vee (\exists x)\ G[x] = (\exists x)(F[x] \vee G[x])$

$(\theta_1 x)\ F[x] \vee (\theta_2 x)\ G[x] = (\theta_1 x)\ (\theta_2 \mathbf{y})\ (F[x] \vee G[\mathbf{y}])$

$(\theta_1 x)\ F[x] \wedge (\theta_2 x)\ G[x] = (\theta_1 x)\ (\theta_2 \mathbf{y})\ (F[x] \wedge G[\mathbf{y}])$

Нормални формули (НФ) в предикатното смятане от I-ви ред.

Префиксна нормална формула(ПНФ) в предикатното смятане от I-ви ред е формулата, която има следния общ вид: $(\theta_1 x_1)(\theta_2 x_2)\ldots(\theta_n x_n)$ (M),
където: **M** е нормална формула без квантори;
$(\theta_1 x_1)(\theta_2 x_2) \ldots (\theta_n x_n)$ е префикс (представка).

Преобразуване на ППФ във ПНФ

Премахване на $\equiv$ и $\rightarrow$, като се използват законите:

$F \equiv G \;=\; (F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow F)$ и

$F \rightarrow G \;=\; \neg F \vee G$

Пренасяне на $\neg$ непосредствено пред атом.

Преименуване на част от свързаните променливи, ако това е необходимо.

Изнасяне на всички квантори отпред.

Пример за преобразуване в префиксна нормална формула.

Начален израз:

$(\forall x)\ (\forall y)\ [(\ (\ \exists z\ )\ (\ P\ (\ x, z)\wedge P\ (y, z)\ )\rightarrow (\ \exists u\ )\ Q(\ x, y, u\ )\ )]$

Отстранява се импликацията:

$(\forall x)\ (\forall y)\ [\neg\ (\ (\ \exists z\ )\ (\ P\ (\ x, z)\wedge P\ (y, z)\ ))\ \vee\ (\ \exists u\ )\ Q(\ x, y, u\ )\ ]$

Преобразува се отрицанието:

$(\forall x)\ (\forall y)\ [\ (\forall z\ )\ \neg\ (\ P\ (\ x, z)\wedge P\ (y, z)\ )\vee\ (\ \exists u\ )\ Q(\ x, y, u\ )\ ]$

Отрицанието се довежда до атом:

$(\forall x)\ (\forall y)\ [\ (\forall z\ )\ (\neg\ P\ (\ x, z)\vee\neg\ P\ (y, z)\ )\vee\ (\ \exists u\ )\ Q(\ x, y, u\ )\ ]$

Изнасяне на кванторите в префикс

$(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z\ )\ (\ \exists u\ )\ (\neg\ P\ (\ x, z)\vee\neg\ P\ (y, z)\ )\vee\ Q(\ x, y, u\ )$

префиксна нормална формула

Нека разгледаме пример, в който се тръгва от текст.

A_1: Нито един търговец на стари автомобили не купува за своето семейство стар автомобил.

A_2: Някои хора, които купуват стари автомобили за семейството си, са нечестни.

Означения:

A(x) – x е търговец на стари автомобили.

B(x) – x е купил стар автомобил за семейството си.

C(x) – x е нечестен.

Тогава:

A_1: $(\forall x)\,(A(x) \rightarrow \neg B(x))$

A_2: $(\exists x)\,(B(x) \wedge C(x))$

Преобразуване в префиксна нормална формула.

$$(\forall x)\,(A(x) \rightarrow \neg B(x)) \wedge (\exists x)\,(B(x) \wedge C(x))$$

Преобразуване в префиксна нормална формула.

$(\forall x)\ (A(x) \rightarrow \neg\ B(x)) \wedge (\exists x)\ (B(x) \wedge C(x))$

Отстранява се импликацията:

$(\forall x)\ (\neg\ A(x) \vee \neg\ B(x)) \wedge (\exists x)\ (B(x) \wedge C(x))$

Изнасяме кванторите в префикс:

$(\forall x)\ (\exists y)\ (\neg\ A(x) \vee \neg\ B(x)) \wedge (B(y) \wedge C(y))$, **ПНФ**

Извод A_3 **: Нито един търговец на стари коли не е нечестен.**

A_3: $(\forall x)\ (A(x) \rightarrow \neg\ C(x))$

По-нататък бихме могли да се опитаме да изведем това твърдение като следствие от горните две твърдения. Преди това е необходимо да спрем вниманието си на още две неща:

интерпретация и сколемизация на формули.

Интерпретация на формули

<u>Правила за интерпретация.</u>

Ако са зададени истинните стойности на F и G, то истинните стойности на $\neg G$, $F \vee G$, $F \wedge G$, $F \rightarrow G$ и $F \equiv G$ се определят по приведените вече таблици.

$(\forall x)G$ е истина, ако G е истина за всяко x от дефиниционната област D.

$(\exists x)G$, е истина ако G е истина поне за едно x от дефиниционната област D.

Пример1: **$(\forall x)\ P(x)$ и $(\exists x) \neg P(x)$**

Нека: $D = \{1, 2\}$; $P(1) = И$ $P(2) = И$

Тогава: $(\forall x)\ P(x) = И$; $(\exists x) \neg P(x) = Л$;

Пример2: **$(\exists x)\ (P(x) \rightarrow G(f(x), a))$**

Нека:

$D = \{1,2\}$;	$P(1) = F$,	$G(1,1) = T$,
$f(1) = 2$	$P(2) = T$;	$G(1,2) = T$,
$f(2) = 1$	$a=2$;	$G(2,1) = F$,
		$G(2,2) = T$.

Тогава:

За $(\exists x)\ (P(x) \rightarrow G(f(x), a))$ се получават стойностите:

при $x = 1$ - $(P(x) \rightarrow G(f(x), a)) = F \rightarrow T = F$,

при $x = 2$ - $(P(x) \rightarrow G(f(x), a)) = T \rightarrow T = T$,

следователно $(\exists x)\ (P(x) \rightarrow G(f(x), a)) = T$.

Стандартна (Скулемова) нормална форма.

$(\forall x_1)\ (\forall x_2)\ \dots\ (\forall x_n)\ (M)$

M – формула без квантори, приведена в КНФ.

Премахване на ∃ от префикса.

Алгоритъм

Ако ∃x е пръв в префикса, то навсякъде във формулата всяко x се заменя с константи и ∃x отпада от префикса.

Всяко ∀x и x остават без промяна.

Ако ∃x не е пръв, то във формулата всяко x се заменя с функция от всички променливи, участвали в ∀ префикса до поредния квантор ∃.

Пример:

(∃x)	(∀y)	(∀z)	(∃u)	(∀v)	(∃w)	P (**x**, y, z, u, v, w)
	(∀y)	(∀z)	**(∃u)**	(∀v)	(∃w)	P (**a**, y, z, **u**, v, w)
	(∀y)	(∀z)		(∀v)	**(∃w)**	P (a, y, z, **f (y, z)**, v, **w**)
	(∀y)	(∀z)		(∀v)		P (a, y, z, f (y, z), v, **g (y, z, v)**)

<u>Пример за привеждане в нормална Скулемова форма</u>:

$(\forall x) \quad (\exists y) \quad (\exists z) \quad ((\neg P(x, y) \wedge Q(x, z)) \vee R(x, y, z))$

Привеждаме матрицата в КНФ.

$(\forall x) \quad (\exists y) \quad (\exists z) \quad ((\neg P(x, y) \vee R(x, y, z)) \wedge (Q(x, z) \vee R(x, y, z))$

Премахване на ∃ от префикса.

$(\forall x) \quad (\exists z) \quad ((\neg P(x, f(x)) \vee R(x, f(x), z)) \wedge (Q(x, z) \vee R(x, f(x), z))$

$(\forall x) \quad ((\neg P(x, f(x)) \vee R(x, f(x), g(x))) \wedge (Q(x, g(x)) \vee R(x, f(x), g(x)))$

Използваните константи и функции се наричат константи и функции на Скулем.

Метод на резолюцията в предикатното смятане от I-ви ред

Теорема: Ако са зададени два дизюнкта C_1 и C_2, резолвентата C на дизюнктите C_1 и C_2 е логическо следствие на C_1 и C_2.

Нека S е множество от дизюнкти.

Резолютивен извод на C от S е крайна последователност $C_1, C_2, ..., C_к$ от дузюнкти, които предшестват C_i

Извеждането на □ се нарича опровержение.

За да се приложи метода на резолюцията, необходимо е префиксната нормална формула да се приведе в **стандартна (скулемова) нормална формула.**

Скулемовата нормална формула има следния вид:

$$(\forall x_1)\ (\forall x_2)\ ...\ (\forall x_n)\ (M),$$

където M е приведена в КНФ формула без квантори.

Унификация

За определянето на инверсните елементи в дизюнктите с цел намиране на резолвентите изисква всички едноименни предиката да са записани по един и същи начин. Привеждането им в еднакъв вид е процес, който се нарича **унификация**

За да се извърши унификация се прилагат подходящи субституции.

Прости правила за унификация.

Пример1.

Нека са зададени дизюнктите **($\neg$ C (x) $\vee$ R (x)) и C(a).**

От двата дизюнкта може да се получи **резолвентата R(a)** като **променливата x** се замени с **константата a** и по този начин предикатите C (x) и C(a) се унифицират. След унификацията двата дизюнкта добиват следния вид:

($\neg$ C (a) $\vee$ R (a)) и C(a).

Пример:

$A_1 = (\forall x) (\neg C(x) \vee (W(x) \wedge R(x))$

$A_2 = (\exists x) (C(x) \wedge O(x))$

………………………………………………………

$G = (\exists x) (O(x) \wedge R(x))$

Дали G е следствие от A_1 и A_2?

Да приведем изразите в Скулемова форма:

$A_1 = (\forall x) (\neg C(x) \vee W(x)) \wedge (\neg C(x) \vee R(x))$

$A_2 = C(a) \wedge O(a)$

$\neg G = (\forall x) (\neg (O(x) \wedge R(x))) = (\forall x) (\neg O(x) \vee \neg R(x))$

Множество от дизюнкти:

1. $\neg C(x) \vee W(x)$
2. $\neg C(x) \vee R(x)$
3. $C(a)$
4. $O(a)$
5. $\neg O(x) \vee \neg R(x)$

---

6. $R(a)$

7. $\neg O(a)$

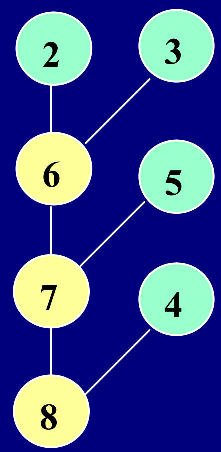
8. □

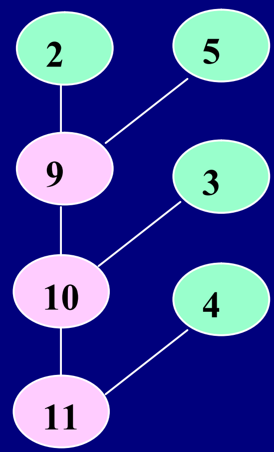
9. $\neg C(x) \vee \neg O(x)$

10. $\neg O(x)$

11. □

Два варианта за извод. Дървета на изводите.





Алгоритми за унификация

Очевидно **P(a) и P(x)** не са тъждествени.

Разсъгласуването е в това че **в P(a) се среща a,**
в P(x) се среща x.

Необходимо е да отъждествим P(a) с P(x).

Това става чрез заместването на x (тъй като x е променлива) с a (константа).

Нека W е непразно множество от изрази.

Например: **W = { P (x, f (y, z)) , P (x, a), P (x, g (h (k (x)))) }**

Разсъгласуването е при втората величина в скобите.

Множеството на разсъгласуване е сленото:
R = { f (y, z), a, g (h (k (x))) }

Намиране на субституция (унификатор).

Ако в R има такива два елемента v и t, че v е променлива, а t е израз, който не съдържа променливата v, в частен случай константа, то се избира субституция v/t (навсякъде в множеството на разсъгласуване променливата v се замества с израза t).

Ако такива елементи няма, то множеството от изрази w е неунифицируемо.

Пример 1. Да се намери унификатор за:

$W_0 = \{ P(a, x, f(g(y))),\ P(z, f(z), f(u)) \}$

1. Не е един израз. Ако множеството се състои от един елемент, то унификацията е завършена.

2. Намира се разсъгласуването

$R_0 = \{a, z\}$ ***z – променлива.***

Преобразуваме израза като заменяме z с a.

Субституция (z/a).

$W_1 = \{ P(a, x, f(g(y))),\ P(a, f(a), f(u)) \}$

$W_1 = \{ P(a, x, f(g(y))),\ P(a, f(a), f(u)) \}$

Следва $R_1 = \{ x, f(a) \}$

Заменяме x с f (a).

Субституция $(x/f(a))$

$W_2 = \{ P(a, f(a), f(g(y))),\ P(a, f(a), f(u)) \}$

Следва $R_2 = \{ g(y), u \}$

u - променлива

y- израз, който не съдържа *u*.

Заменяме *u* с *g(y)*.

Субституция $(u/g(y))$

$W_3 = \{ P(a, f(a), f(g(y))),\ P(a, f(a), f(g(y))) \} = \{P(a, f(a), f(g(y)))\}$

Най-общият унификатор е:

$\sigma = \{z/a, x/f(a), u/g(y)\}$

Пример 2.

$W_0 = \{\, Q(\ f(a), g(x)\ ), Q(\ y, y\ )\ \}$

$R_0 = \{\, f(a), y\ \}$

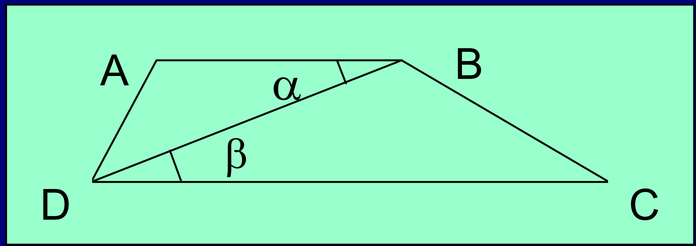
$\sigma = \{\, y/f(a)\}$

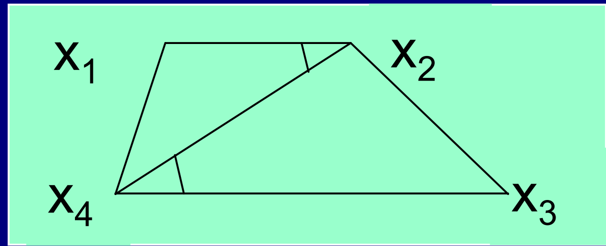
$W_1 = \{\, Q(\ f(a), g(x)\ ), Q(\ f(a), f(a)\ )\ \}$

$R_1 = \{\, g(x), f(a)\ \}$ ***g(x)*** – функция***; f(a)*** – функция от константа***;***

Множеството е неунифицируемо.

Пример: Зададен е трапецът ABCD. Да се докаже, че $\alpha = \beta$.





Необходимо е да аксиоматизираме.

A_1: $(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)(\forall x_4)(T(x_1, x_2, x_3, x_4) \to P(x_1, x_2, x_3, x_4))$;

$T(x_1, x_2, x_3, x_4)$ означава трапец.

$P(x_1, x_2, x_3, x_4)$ означава, че страната x_1x_2 е паралелна на страната x_3x_4

A_2: $(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)(\forall x_4)(P(x_1, x_2, x_3, x_4) \to E(x_1, x_2, x_4, x_3, x_4, x_2))$;

$E(x_1, x_2, x_4, x_3, x_4, x_2)$ означава, че $x_1 x_2 x_4 = x_3 x_4 x_2$

A_3: $T(A, B, C, D)$.

<u>Да се докаже:</u>

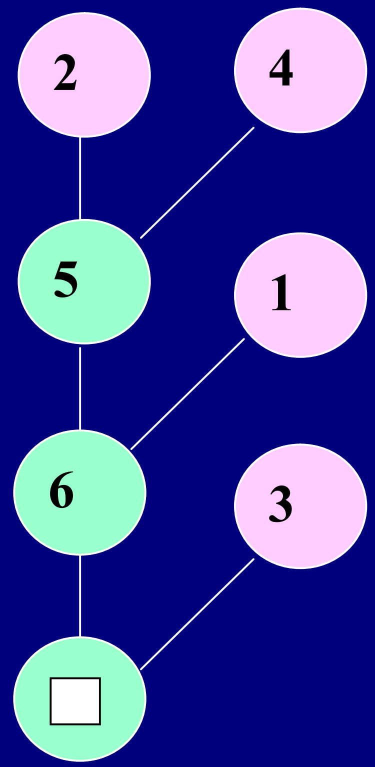
$E(A, B, D, C, D, B)$.

A_4: $\neg E(A, B, D, C, D$

Получава се множеството от дизюнкти.

Номер на дизюнкт

Дърво на извода:



1. S = {$\neg$ T (x1, x2, x3 , x4) $\vee$ P (x1, x2, x3 , x4),

2. $\neg$ P (x1, x2, x3 , x4) $\vee$ E (x1, x2, x4 , x3 , x4, x2),

3. T(A, B, C, D),

4. $\neg$ E (A, B, D, C, D, B) }

A_5: $\neg$ P (A, B, C, D)

A_6: $\neg$ T (A, B, C, D)

Пример:

Митничарите претърсват всеки, който влиза в страната с изключение на тези, които преминават през VIP.

Някои хора, които подпомагат вноса на наркотици, са влизали в страната и са били претърсвани от хора, които също подпомагат вноса на наркотици.

Никой от преминаващите през VIP не е подпомагал вноса на наркотици.

Следователно някои митничари подпомагат вноса на наркотици.

Нека	E(x) значи	"лицето x е влизало в страната"
	V(x)	"лицето x преминава през VIP"
	S(x, y)	"y е претърсвал x"
	C(x)	"x е митничар"
	P(x)	"x е подпомагал вноса на наркотици"

A1: $(\forall x)((E(x) \wedge \neg V(x)) \rightarrow (\exists y)(S(x,y) \wedge C(y)))$

A2: $(\exists x)(P(x) \wedge E(x) \wedge (\forall y)(S(x,y) \rightarrow P(y)))$

A3: $\forall x\,(P(x) \rightarrow \neg V(x))$

A4: $(\exists x)(P(x) \wedge C(x))$

1) Отрицание на заключението A_4

$\neg(\exists x)\,(P(x) \wedge C(x)) = (\forall x)(\neg(P(x) \wedge C(x))\,) = \forall x\,(\neg P(x) \vee \neg C(x)\,)$

2) Привеждане в нормална формула

A1: $(\forall x)((E(x) \wedge \neg V(x)) \rightarrow (\exists y)\,(S(x,y) \wedge C(y))) = (\forall x)(\neg E(x) \vee V(x)) \vee (\exists y)(S(x, y) \wedge C(y)))$

A_2: $(\exists x)\,(P(x) \wedge E(x) \wedge (\forall y)\,(S(x,y) \rightarrow P(y)\,)\,) = (\exists x)\,(P(x) \wedge E(x) \wedge (\forall y)\,(\neg S(x, y) \vee P(y)\,)\,)$

A_3: $\forall x\,(P(x) \rightarrow \neg V(x)) = \forall x\,(\neg P(x) \vee \neg V(x))$

A_4: $(\exists x)(P(x) \wedge C(x)) = (\forall x)(\neg P(x) \vee \neg C(x))$

A_1: $(\forall x)\,(\exists y)\,(\neg E(x) \vee V(x)) \vee (S(x, y) \wedge C(y)) =$

$=(\forall x)\,(\exists y)\,((\neg E(x) \vee V(x) \vee (S(x, y)) \wedge (\neg E(x) \vee V(x) \vee C(y)).$

A_2: $(\exists x)(\forall y)\,(P(x) \wedge E(x) \wedge (\neg S(x, y) \vee P(y)\,)\,) =$

$= (\exists x)(\forall y)\,[\,(P(x) \wedge E(x) \wedge \neg S(x, y)) \vee (P(x) \wedge E(x) \wedge P(y)\,)\,]$

3) Скулемизация.

A_1: $(\forall x)\,(\exists y)\,((\neg E(x) \vee V(x) \vee (S(x, y)) \wedge (\neg E(x) \vee V(x) \vee C(y)) =$

$= (\forall x)\,(\neg E(x) \vee V(x) \vee S(x, f(x))) \wedge (\neg E(x) \vee V(x) \vee C(f(x)));$

A_2: $(\exists x)(\forall y)\,[\,(P(x) \wedge E(x) \wedge \neg S(x, y)) \vee (P(x) \wedge E(x) \wedge P(y)\,)\,] =$

$= (\forall y)(P(a) \wedge E(a) \wedge (\neg S(a, y) \vee P(y)\,)\,);$

A_3: $\forall x\,(\neg P(x) \vee \neg V(x))$

A_4: $(\forall x)(\neg P(x) \vee \neg C(x))$

4) Множество дизюнкти S:

$\neg E(x) \vee V(x) \vee S(x, f(x));$

$\neg E(x) \vee V(x) \vee C(f(x));$

$P(a);$

$E(a);$

$\neg S(a, y) \vee P(y)$

$\neg P(x) \vee \neg V(x);$

$\neg P(x) \vee \neg C(x);$

Множество дизюнкти S:

1) $\neg E(x) \vee V(x) \vee S(x, f(x))$;

2) $\neg E(x) \vee V(x) \vee C(f(x))$;

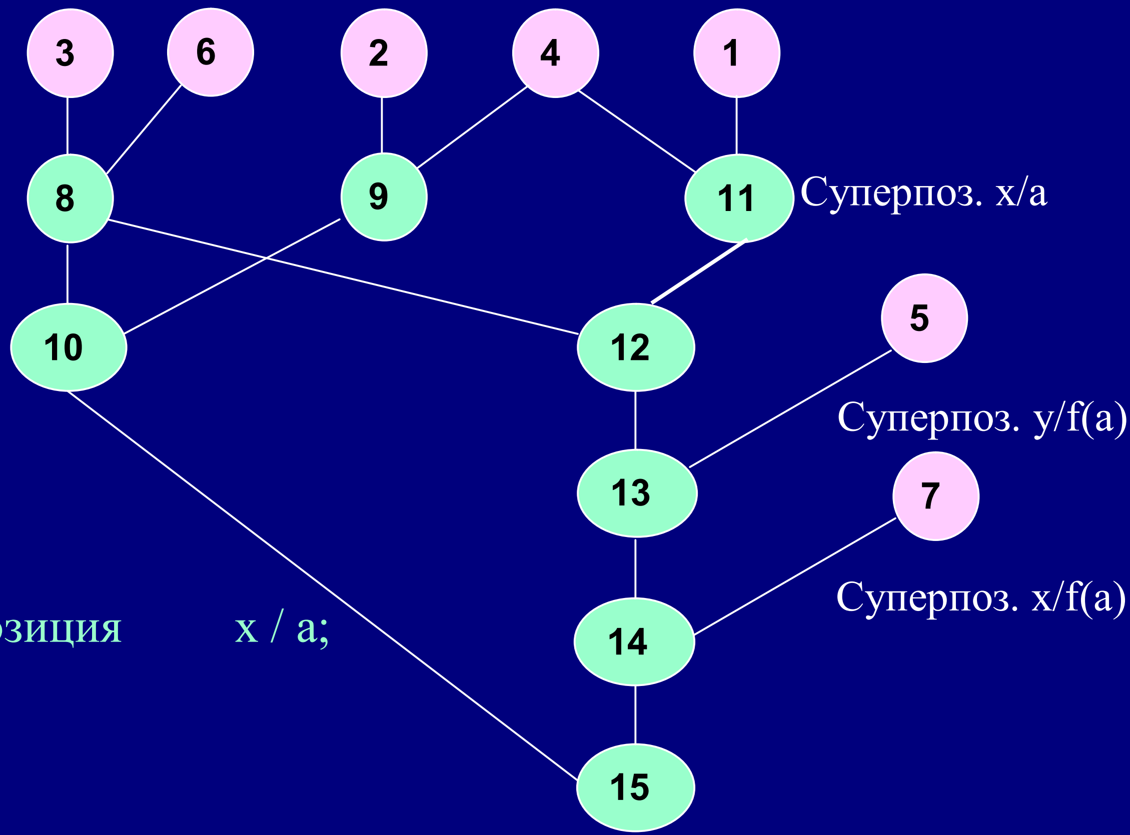
3) $P(a)$;

4) $E(a)$;

5) $\neg S(a, y) \vee P(y)$

6) $\neg P(x) \vee \neg V(x)$;

7) $\neg P(x) \vee \neg C(x)$;



Извод

8. $\neg V(a)$; суперпозиция x / a;

9. $V(a) \vee C(f(a))$;

10. $C(f(a))$;

11. $V(a) \vee S(a, f(a))$;

12. $S(a, f(a))$; суперпозиция $y / f(a)$;

13. $P(f(a))$;

14. $\neg C(f(a))$; суперпозиция $x / f(a)$;

15. □